

平面电磁波理想金属表面散射场分布及粗糙度参数关系的理论分析

齐文宗 李志刚

(中科院长春光学精密机械研究所 长春 130022)

摘要 在散射表面的均方根起伏小于入射电磁波长条件下,借用标量理论之正弦光栅衍射场分布结果,分析了不同粗糙度参量条件下,矢量微扰理论二级以上微扰项带来的偏差;并定性分析了由散射场微分角分布的测量,计算随机分布散射表面粗糙度参数的可信度。

关键词 粗糙度参数 面形分布函数 标量理论 矢量微扰理论

1 引言

电磁反射散射场与散反表面形貌之间关系的分析,起源于微波大地及海洋传输问题的研究^[1];而其在红外、可见、紫外及X-射线等各光学分支领域的深入研究及开发工作,直至目前,仍在进行之中^[5]。

光学领域中的相关工作可以分成以下两个主要内容:一是已知散反表面形貌求解散射场的分布;二是已知散射场的分布求解表面面形参数。Beckmann的标量理论及Church的一级微扰理论是目前解决以上问题的最具代表性的理论。而由此发展来的电磁散射场微分立体角分布测量法,是一种完全非接触检测光学表面面形参数的纯光学方法,对超光滑光学表面的加工也具有很强的指导作用。

标量理论是由微波大地及海洋散射传输理论^[1]发展起来的。已知散射表面粗糙度参数求其微分散射场分布的计算,是利用散射表面光斑内的任二点之散射光相干叠加完成的全积分;对遵从一定统计规律分布的随机粗糙表面,再利用统计规律进行化简。原则上,此理论比微扰理论准确而完备。但由于其数学描述^[1,4]中存在散射面形参数的高级项,除了超光滑表面外,无法直接由散射场分布完成粗糙度参数的检测。

矢量散射理论^[2,3]将散射表面面形分布函数, 分解为沿不同方向(特指二维)的、不同空间周期的、不同振幅的正弦位相光栅的叠加和, 即将面形函数进行谱分解。各谱光栅重合的零级衍射谱之和, 对应于镜向反射光锥的积分强度; 其余各级衍射谱, 依光栅常数的不同具有各自的角发散, 而在某一特定散射角度下的、各谱光栅的相应衍射谱的微分分布的叠加和, 即为此角度下散射光场的微分角分布。

本文在平面电磁波入射及散射表面粗糙度均方根起伏小于入射电磁波长之理想金属导体条件下, 由 Beckmann 标量理论之一维正弦位相光栅的远场衍射光强微分角分布, 讨论了 Church 的矢量散射理论中各正弦位相谱光栅二级以上衍射谱即矢量微扰法中二级以上微扰项带来的偏差; 分析了由微分散射场角分布逆推表面面形参数的可信度与表面面形参数条件之间的关系; 数值计算了散射表面不同粗糙度参数条件下, 两种理论处理结果上的异同; 最后给出了由微分散射场分布可靠检测散射表面粗糙度参数的物理条件。

2 矢量理论分析

Church 的矢量理论是利用微扰法求解微分散射场分布与散射表面面形参数之间关系的。在光滑散射表面条件下(即散射表面的均方根起伏 $\sigma \ll$ 入射电磁波长 λ 时), 二维散射表面的只考虑到各分量光栅零级和一级衍射谱强分布的一级微扰结论为:

$$\frac{1}{I_i} \left(\frac{dI}{d\omega} \right)_{\theta, \varphi} \cdot d\omega = 4k^4 \cos\theta \cos^2\varphi \cdot Q \cdot W(p, q) \cdot d\omega \quad (1)$$

其中, I_i 为入射光强度, $d\omega = \sin\theta d\theta d\varphi$ 为微分立体角元, θ 为入射角, φ 为散射角, $\cos\theta \cos^2\varphi$ 为倾斜因子, Q 为光强反射率因子, 对于理想金属散射表面, $Q = 1$, 而 $W(p, q)$ 为功率谱密度, 定义为:

$$W(p, q) = \frac{1}{A} \left| \frac{1}{2\pi} \int dx \int dy e^{i(px+qy)} z(x, y) \right|^2 \quad (2)$$

其中:

$$p = k(\sin\theta \cos\varphi - \sin\theta_0), q = k(\sin\theta \sin\varphi) \quad (3)$$

由此可以看出, 功率谱密度函数实为散射表面面形函数傅立叶分量振幅的平方。对于一维正弦周期分布的表面面形 $z(x) = h \cos(2\pi x/d + \beta)$ 来讲, 其功率谱密度函数及微分散射场分布函数都为 δ -函数形式。我们可以证明, 此时的微分散射场分布即为一维正弦光栅的一级衍射谱强的微分角分布; 而对于任意随机分布的散射表面面形来讲, 当用于散射的电磁波长及入射角度确定时, 入射平面内任一角度下的微分散射场强, 即为空间周期由 $Q=0$ 之(3)式确定的正弦傅立叶谱光栅的一级微分衍射谱强。

3 二级以上微扰偏差

以往文献中, 在利用 Church 之谱光栅分解法的一级微扰结论时, 都仅定性地提及, 在 $k\sigma \ll 1, T/\lambda \gg 1$ 条件下, 可以忽略各谱分量光栅二级以上衍射谱强分布的影响。下面, 我们将由 Beckmann 关于正弦光栅散射(衍射)场分布的标量理论, 分析一下正弦光栅二级以上衍射谱

强即矢量微扰法中各谱分量光栅的二级以上微扰项带来的误差。

任意分布的一维或二维散射表面面形函数谱分解所获得的分量光栅, 都为一维散射光栅。Beckmann 的标量理论给出了正弦光栅各级衍射谱的振幅极大值为:

$$P^*(\theta, \theta_m) = \pm F_2(\theta, \theta_m) \cdot (-1)^m J_m(s) + \frac{C(n_1)}{2L}; s = -V_z h = kh(\cos\theta + \cos\theta_m)$$

其中, $\frac{C(n_1)}{2L}$ 为边缘效应项, 当光斑线度 $L \gg \lambda$ 时, 可略去; $F_2(\theta, \theta_m)$ 为相应入射及衍射角度下的倾斜因子, $J_m(s)$ 为 m 阶 Bessel 函数。

由正弦光栅角分布方程: $\theta_m = \theta \pm m \frac{\lambda}{d}$ 知, 正弦分量光栅的第 m 级衍射谱的场强极大分布为:

$$\frac{dI_m}{d\theta} = \rho^{(m)}(\theta, \theta_m) \rho^{*(m)}(\theta, \theta_m) = F_2^2(\theta, \theta \pm \frac{m\lambda}{d}) J_m^2(s) \tag{4}$$

在小角散射条件下, 我们考察一下各级衍射谱强极大值之间的关系: 由衍射谱半角宽度公式: $\sin\theta_m - \sin(\theta_m \pm \Delta\theta_m) = \frac{\lambda}{2nd}$ (在 $\lambda \ll 2L$ 且远离掠入射状态时, 上式化为: $\Delta\theta_m \approx \frac{\lambda}{2L \cos\theta_m}$) 可知, 在空间周期远大于入射电磁波长的正弦光栅上, 相邻级次衍射谱的半角宽度变化不大, 即可认为 $\Delta\theta_{(m+1)} = \Delta\theta_m$, 由此及 (4) 式:

$$\frac{I_{m+1}}{I_m} \frac{dI_{m+1}/d\theta_{m+1}}{dI_m/d\theta_m} = \frac{F_2^2(\theta, \theta_{(m+1)}) J_{m+1}^2(s)}{F_2^2(\theta, \theta_m) J_m^2(s)} \tag{5}$$

在光栅空间周期远大于入射电磁波长及小角散射条件下, $F(\theta, \theta_{(m+1)}) \cong F(\theta, \theta_m)$; 上式化为:

$$\frac{I_{m+1}}{I_m} \frac{dI_{m+1}/d\theta_{m+1}}{dI_m/d\theta_m} = \frac{J_{m+1}^2(s)}{J_m^2(s)} \tag{6}$$

由 (6) 式知, 正弦分量光栅第 m 级衍射谱的强度及其强度的微分角分布, 对于固定的入射角及散射角, 仅由入射电磁波长及光栅振幅所决定。图 1 分别给出了 $I_1/I_0, I_2/I_1, I_3/I_1, I_4/I_1$ 依 $s = kh(\cos\theta + \cos\theta_m)$ 变化的情况。此图即可用作评价 Church 之矢量一级微扰理论由散射场微分角分布测量散射表面粗糙度参数可信度的凭证。如在 s 及由:

$$\sigma^2 = C(0) = \int W(p, q) dp dq \tag{7}$$

确定的相对波长的均方根粗糙度参数比较大时, 镜向反射光较弱而各级衍射谱都比较强; 而在 $s = 0$ 即 $k\sigma = 0$ 时镜向反射光较强, 而 $I_2/I_1, I_3/I_1, I_4/I_1$ 各项都比较弱, 这表明: 在镜向反射光锥外, 微分散射光场强度的大小主要取决于

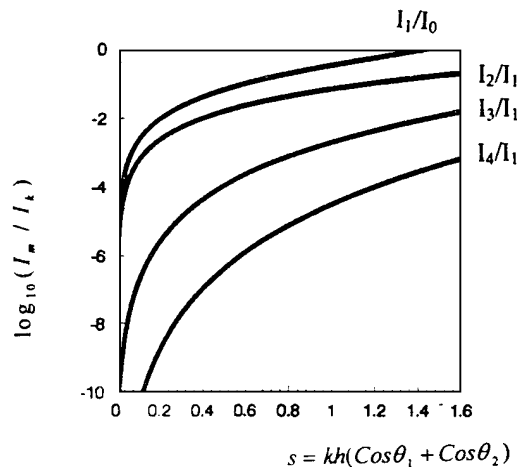


Fig. 1 The relationship of per-order diffracted intensity spectrum for sine-phase-grating

相应谱光栅的一级衍射谱。所以光滑表面是利用矢量一级微扰理论由散射光场微分角分布测量表面粗糙度参数的理想极限。

4 两种理论结果对比

图2、图3以具有 Gauss 型的高度概率密度分布函数及 Gauss 型的相关函数的随机分布的散射面形为例, 给出 $T/\lambda \gg 1$ 条件下的, 同种粗糙度参数下的, 标量及矢量一级微扰理论数值计算入射平面内 ($\varphi = 0$) 的微分散射场的结果^[4]。从中可以看出, 光滑表面极限下的, 远离掠入射条件的, 小角散射区的标量理论及矢量微扰理论, 具有相同的数值结论。此外, 我们还从数值计算上验证了标量及矢量一级微扰理论的差别, 除了接近掠入射及大角散射等极端情况外, 主要是因为标量理论的理论分析和数学处理过程中, 自然而然地包含了各正弦分量谱光栅的高级衍射谱强的影响——如果我们利用标量理论关于正弦周期性面形分布的散射场微分角分布的结果, 对随机分布的表面面形进行数学上的各级谱分离, 那么即使对于 $k\sigma > 1$ 甚至 $k\sigma \gg 1$ 的情况, 在远离掠入射及大角散射区的相当大的散射区间, 标量理论的只计一级衍射谱的数值结果与矢量一级微扰理论的数值结果符合的相当好, 这正如图4所示。

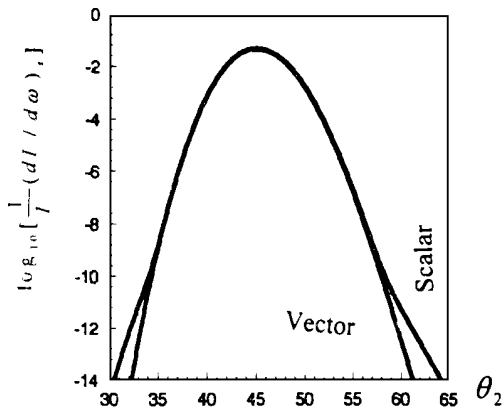


Fig. 2 Comparison of the scalar theory with the vector theory for the same smooth ideal metal surface

$$(\theta = \frac{\pi}{4}, \lambda = 10\text{nm}, T = 100\text{nm}, k\sigma = 0.01)$$

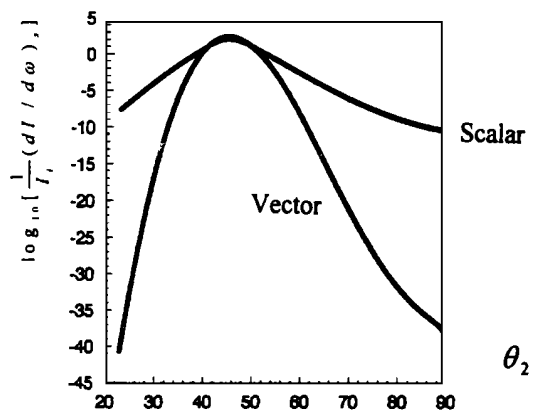


Fig. 3 Same as fig 2, but for the rough surface

$$(\theta = \frac{\pi}{4}, \lambda = 10\text{nm}, T = 100\text{nm}, k\sigma = 0.7)$$

故此我们认为, 除了倾斜因子及反射率因子的差别值得进一步商榷外, 在处理已知表面粗糙度参数求解微分散射场分布的问题时, 标量理论比矢量理论具有更高的可靠性。

而在处理由微分散射场分布求解表面粗糙度参数的问题时,由于矢量一级微扰理论与满足光滑表面极限条件下的标量理论都表明,在入射角度已知时,特定散射角度下的散射光强微分角分布,其散射角对应于谱光栅的空间周期,而其强度对应于谱光栅的振幅,这就决定了在光滑表面条件下,一级矢量微扰理论具有与标量理论相同的可靠性。由于矢量一级微扰理论比较标量理论而言,谱分解的物理图像更为清晰,公式更简单明确,所以近来得到比标量理论更加普遍的应用。同时我们应当注意,由于二级以上微扰项(对应于谱分量光栅的二级以上衍射谱)的忽略,在随机表面(或周期分布表面)的均方根起伏逐渐增大时,矢量一级微扰法的理论误差将越来越大,故此,其可信度将越来越低。

而由于不同空间周期的不同级别的衍射谱无法区分,现在还没有一种比较简单的、切实可行的、利用计及二级以上微扰项的矢量微扰理论或比较严格的标量理论由相对均方根起伏比较大的散射表面的微分散射场分布计算表面粗糙度参数的方法。

5 结 论

本文主要探讨了矢量微扰理论中,各谱分量光栅二级以上衍射谱导致的一级微扰理论的偏差,为下一步短波段电磁场微分散射角分布法之光滑及超光滑光学表面检测实验,提供一种理论上的依据。

参 考 文 献

- 1 Beckmann P, Spizzichino A. The scattering of electromagnetic waves from rough surface. Oxford London, New York, Paris: Pergamon Press, 1963
- 2 Church E L. Measurement of the finish of diamond-turned metal surfaces by differential light scattering. Opt Eng, 1977, 16(4): 360~ 374 Relationship between surface scattering and microtopographic features. Opt Eng, 1979, 18(2), 125~ 136
- 3 Bennett H E. Scattering characteristics of optical materials. Opt Eng, 1978: 17(5), 480~ 488
- 4 Hogrefe H, Kunz C. Soft x-ray scattering from rough surfaces: experimental and theoretical analysis. Appl Opt, 1987, 26(14): 2851~ 2859
- 5 Wang Haiming. Light-scattering method for characterizing optical surfaces. Opt Eng, 1993, 32(11), 2904~ 2910; Design of a light scatterometer for the measurement of small angle scattering. Opt Eng, 1996: 35(4), 1165~ 1169

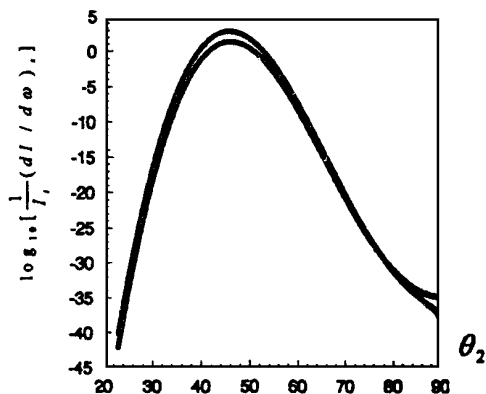


Fig. 4 Comparison of the vector theory with the scalar theory, but only consider the first order diffracted spectrum

$$\left(\theta_1 = \frac{\pi}{4}, \lambda = 10\text{nm}, T = 100\text{nm}, k\sigma = 1.3\right)$$

**Theoretical Analysis: Relationships of the Rough
Parameters and the Scattering Distribution of Plane Incidence
Electromagnetic Wave on Ideal Metal Surfaces**

Q I W eng-Zong, L I Zhi-Gang

*(Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022)*

Abstract

In condition of the average square root undulation of scattering surfaces smaller than the incident wavelength, the deviation produced by two and more than two order perturbations is cauculated and the accuration of cauculating roughness parameter of scattering surfaces from differential angular distribution of scattering field is analysed in this paper.

Key words: Roughness parameter, Surface profile function, Scalar theory, Vector perturbation theory.

齐文宗 男, 1967年5月生, 1989年毕业于吉林大学理论物理专业, 1993年入长春光机所读硕士学位, 课题为混沌催化神经网络学习方面的研究, 现攻读博士学位的研究方向为真空紫外及软 X-射线波段若干材料漫反射特性的研究。